

Programmierung einer Simulation des n-Körperproblems

Ziel

Das Ziel meiner Arbeit war es, eine Simulation des n-Körperproblems in Python zu programmieren, welche eine korrekte Bewegung der verwendeten Körper zeigt und die Grundsätze der Energie- und Impulserhaltung berücksichtigt. Um die Simulation zu testen, wurden zwei Situationen veranschaulicht und analysiert: ein Spezialfall des Dreikörperproblems und die Bewegung der Planeten in unserem Sonnensystem.

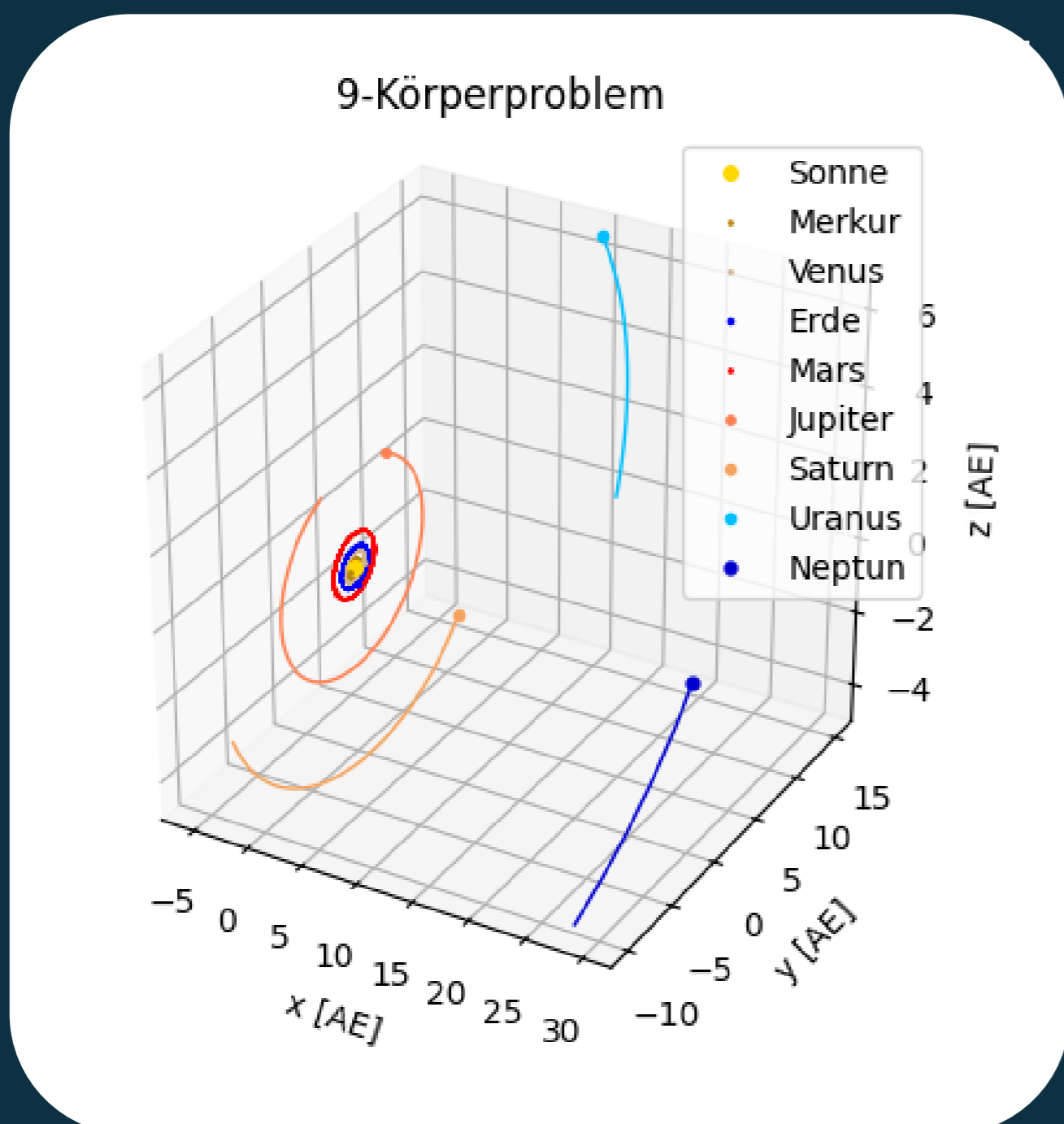
Planetenorbits im Sonnensystem

Neben dem Spezialfall des Dreikörperproblems habe ich auch ein reales Szenario simuliert, nämlich die Bewegung der Planeten in unserem Sonnensystem. Diese Simulation verwendet 9 Körper: Die Sonne und die 8 Planeten, welche in elliptischen Bahnen um sie kreisen.

Die Anfangspositionen und Anfangsgeschwindigkeiten entstammen den Ephemeriden des *Jet Propulsion Laboratory* der NASA. Für die schriftliche Arbeit habe ich über die *Horizons Web Application* der NASA darauf zugegriffen. Damit lagen die Bahnen der Planeten in der Simulation aber nicht in einer Ebene, wie sie es sollten.

Für die Maturitätsarbeitspräsentation habe ich über die Bibliothek *Skyfield* in Python auf die Ephemeriden des *Jet Propulsion Laboratory* zugegriffen.

Die Simulation mit diesen, korrekten Anfangspositionen und Anfangsgeschwindigkeiten ist unten abgebildet und zeigt die Bewegung der Planeten im Verlauf von 10 Jahren.



Theorie

Die Bewegung von n massereichen Körpern im gegenseitigen Einfluss der Gravitation nennt man das n-Körperproblem der Himmelsmechanik.

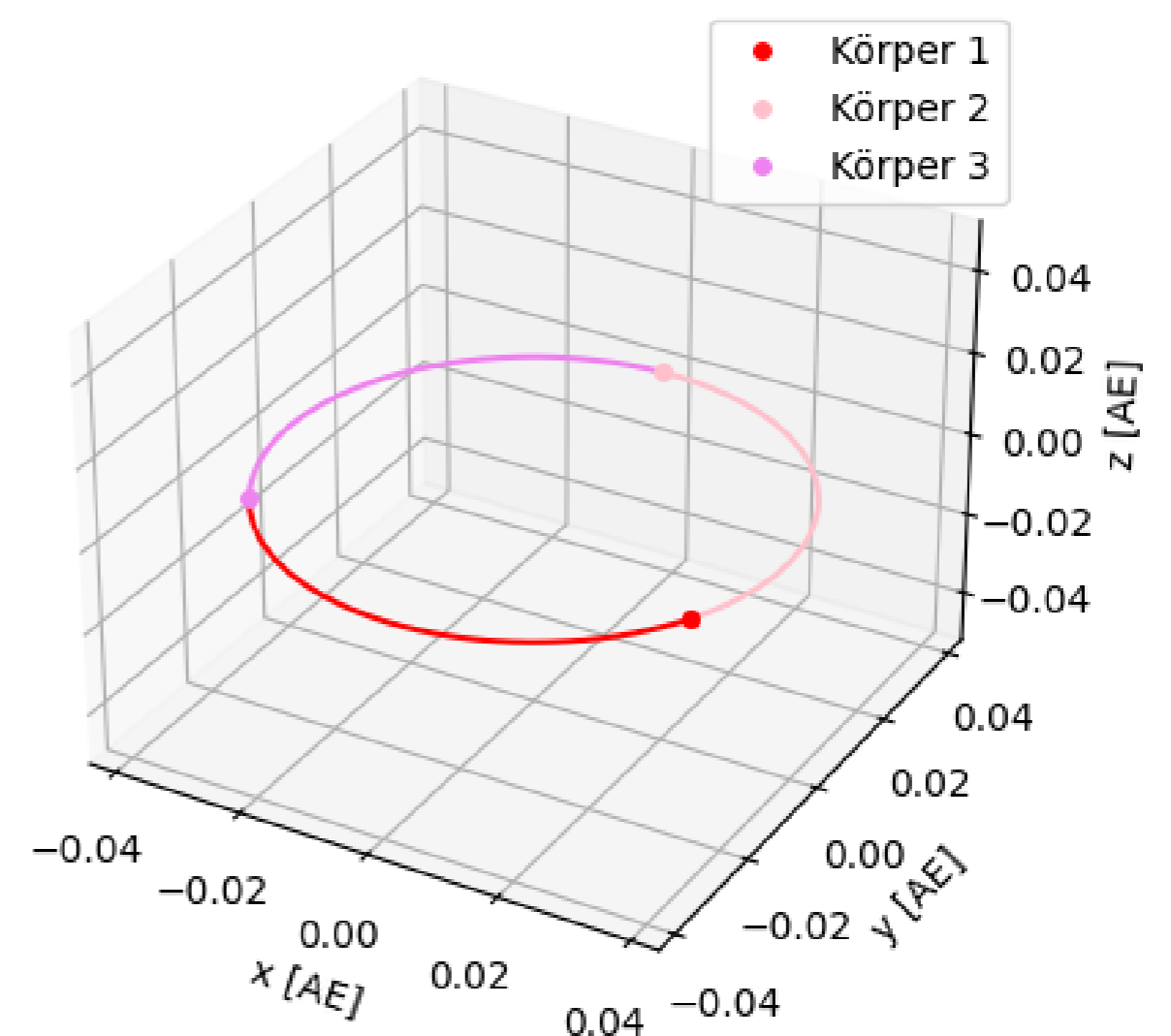
Die Bewegung von drei oder mehr Körpern erfolgt im allgemeinen Fall chaotisch. Folglich gibt es keine analytische Lösung für das 3- und n-Körperproblem. Deshalb muss für die Berechnung der Bewegung der n Körper durch Integrieren ein numerisches Näherungsverfahren verwendet werden. In dieser Maturitätsarbeit kam dafür der Leapfrog-Algorithmus zum Einsatz.

Dreikörperproblem

Mit der programmierten Simulation habe ich einen vom italienischen Mathematiker Joseph-Louis Lagrange entdeckten Spezialfall des Dreikörperproblems simuliert. In diesem Fall verläuft die Bewegung der drei Körper regelmässig, sodass sich das Problem auch analytisch lösen lässt. Dabei bilden drei Körper der gleichen Masse ein gleichseitiges Dreieck und bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt.

Im untenstehenden Bild ist die Bewegung der drei Körper abgebildet.

Dreikörperproblem - Spezialfall: Lagrange-Dreieck



Analyse

Die Bewegung der Körper verlief bei in beiden simulierten Situationen wie erwartet. Dabei wurde die Erhaltung der Energie und des linearen Impulses im System analysiert. Die Energie- und Impulserhaltung ist in beiden simulierten Situationen, abgesehen von minimalen, oszillierenden Schwankungen, gewährleistet.



Dieser QR-Code führt zur animierten Simulation der Planetenorbits im Sonnensystem.